Kanton Zürich

Zentrale Aufnahmeprüfung 2024
ZAP 2

Mathematik Korrekturrichtlinien und Resultate

Allgemeine Hinweise zur Korrektur:

- Es werden nur ganze Punkte verteilt.
- Der Lösungsweg muss, wo nichts anderes vermerkt ist, ersichtlich und klar dargestellt sein.
- Geometrische Konstruktionen müssen nachvollziehbar sein.
- Durchgestrichenes wird nicht bewertet.
- Sind verschiedene, darunter auch falsche Lösungen und/oder Lösungswege angegeben, ergibt dies einen Abzug von mindestens 1 Punkt.
- Um die Verhältnismässigkeit bei der Punktevergabe zu wahren, gibt es, wo nichts anderes vermerkt ist, keinen Punkteabzug bei:

  – vergessenen Einheitsangaben,

  – Rundungsfehlern (z. B. Abrunden statt Aufrunden oder Weiterrechnen mit gerundeten Zwischenresultaten) oder bei

  – fehlenden Antwortsätzen.
- Numerische Resultate sind, wo nichts anderes vermerkt ist, in beliebiger Form zu akzeptieren (beispielsweise auch ungekürzte Brüche).
- Die Vergabe von Teilpunkten bei unerwarteten Lösungswegen und Ansätzen liegt im Ermessensspielraum der Korrigierenden.

Punkteverteilung:

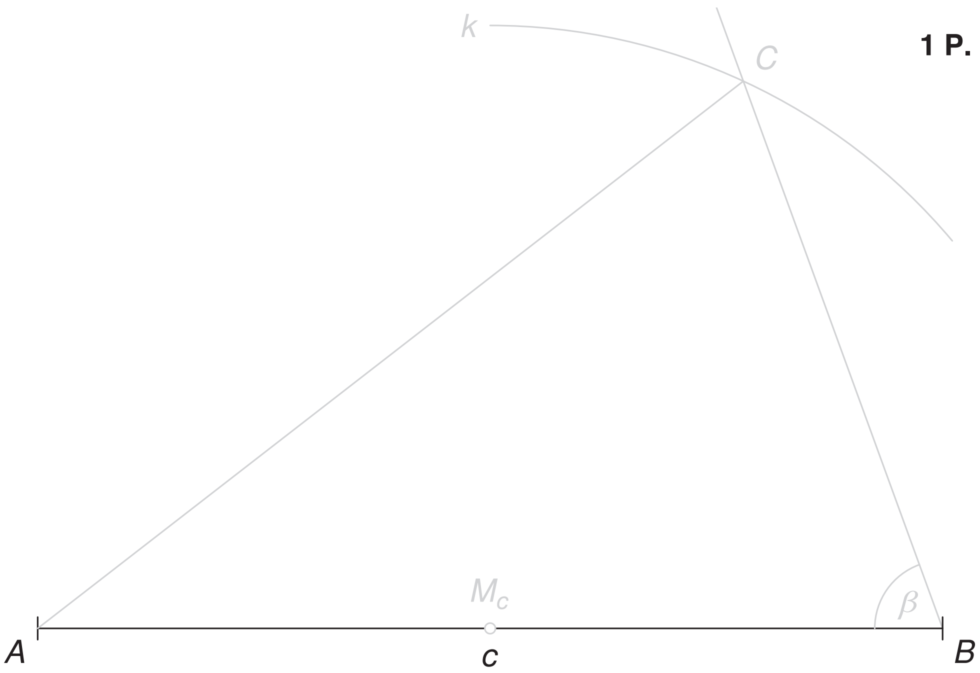
Nr.:	1a	1b	1c	1d	1e	1f	1g	1h	1i
Alg:	2	1	1	1	1	1			
Gm:							1	1	1
P_{max}:	2	1	1	1	1	1	1	1	1

Nr.:	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	5a	5b	6	7a	7b	8	9a	9b	9c	10a	10b	**Total**
Alg:	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1					2	1	**29**
Gm:													2	1	1	1			**8**
P_{max}:	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1	2	1	**37**

Aufgabe 1	**Teilresultate s. unten**	**10 P.**

a	**a1**	$12x^2y$	**1 P.**
	a2	$2y + 3x$	**1 P.**
b	630		**1 P.**
c	$4xy(8x + 3y)$		**1 P.**
d	$x = 3 - 2y$ oder $x = \frac{2y-3}{-1}$ oder ein anderer äquivalenter Term für *x*, wie z. B. $x = -(2y - 3)$, usw.		**1 P.**
e	4 h 43 min 12 s		**1 P.**
f	$\frac{2}{36} = \frac{1}{18} = 0.0\overline{5} \approx 5.6\%$		**1 P.**
g	$18'750 \text{ cm}^2$		**1 P.**
h	200 cm^3		**1 P.**

i **1 P.**



Bemerkungen:

Pro Teilaufgabe wird entweder 0 oder 1 Punkt vergeben.

Teilaufgaben a bis h:

- Der Punkt wird auch vergeben, wenn kein Lösungsweg vorhanden ist.

Teilaufgabe f:

- Für das Resultat 5.6 (ohne Prozentzeichen) werden 0 Punkte vergeben.

Teilaufgabe i:

- Bei einer korrekten Lösung wird der Punkt nur dann vergeben, falls der Kreisbogen (Abtragen der Länge s_c) vorhanden/erkennbar ist.
- Die Konstruktion von M_c muss nicht erkennbar sein.
- Der Punkt wird auch vergeben, falls die Konstruktion ungenau ist.

Aufgabe 2a $\boldsymbol{x = -2}$ **2 P.**

Lösungsweg:

$5x - 2(x + 3) = 8x + (2 - x)$

$5x - 2x - 6 = 8x + 2 - x$

$3x - 6 = 7x + 2$

$4x = -8$

$x = -2$

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekte klammerfreie Gleichung, d. h. zum Beispiel für $5x - 2x - 6 = 8x + 2 - x$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkung:

Das beidseitige falsche Auflösen der Klammern zählt als zwei Fehler. Daher werden dafür 0 Punkte vergeben, so zum Beispiel für:

$$5x - 2x + 6 = 8x + 2 + x$$
$$\dots$$
$$x = \frac{2}{3}$$

Aufgabe 2b $\boldsymbol{x = 6}$ **2 P.**

Lösungsweg:

$$\frac{2}{3} \cdot \left(5x + \frac{1}{4}\right) = 3x + \frac{13}{6}$$

$$\frac{10x}{3} + \frac{1}{6} = 3x + \frac{13}{6} \qquad |\cdot 6$$

$$20x + 1 = 18x + 13$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekte nenner- und klammerfreie Gleichung, wie z. B. für $20x + 1 = 18x + 13$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkung:

Wird die Gleichung direkt zu Beginn falsch erweitert, nämlich indem beide Faktoren auf der linken Seite des Gleichheitszeichens z. B. mit 6 multipliziert werden und wird dann die Gleichung folgerichtig gelöst, so wird 1 Punkt vergeben. Zum Beispiel:

$$\frac{2}{3}\left(5x + \frac{1}{4}\right) = 3x + \frac{13}{6} \qquad |\cdot 6$$

$$4\left(30x + \frac{3}{2}\right) = 18x + 13$$

$$120x + 6 = 18x + 13$$

$$102x = 7$$

$$x = \frac{7}{102} \approx 0.0686$$

Aufgabe 3a $\boldsymbol{\frac{5c}{4d}}$ **2 P.**

Lösungsweg:

$$\frac{5ac^2}{6d^2}:\frac{10ac}{9d}+\frac{c}{2d}=\frac{5ac^2}{6d^2}\cdot\frac{9d}{10ac}+\frac{c}{2d}=\frac{c}{2d}\cdot\frac{3}{2}+\frac{c}{2d}=\frac{3c}{4d}+\frac{c}{2d}=\frac{3c}{4d}+\frac{2c}{4d}=\frac{5c}{4d}$$

oder

$$\frac{5ac^2}{6d^2}:\frac{10ac}{9d}+\frac{c}{2d}=\frac{5ac^2}{6d^2}\cdot\frac{9d}{10ac}+\frac{c}{2d}=\frac{45ac^2d}{60acd^2}+\frac{c}{2d}$$
$$=\frac{45ac^2d}{60acd^2}+\frac{30ac^2d}{60acd^2}=\frac{75ac^2d}{60acd^2}=\frac{5c}{4d}$$

Teilpunkt:

1 P. für den vollständig gekürzten ersten Summanden, d. h. für $\frac{3c}{4d}$

oder

1 P. für einen korrekten, gleichnamig gemachten Term, d. h. zum Beispiel für $\frac{45ac^2d}{60acd^2}+\frac{30ac^2d}{60acd^2}$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkungen:

- Die volle Punktzahl wird nur vergeben, wenn das Endergebnis vollständig gekürzt ist, d. h. Ergebnisse wie $\frac{10c}{8d}$ oder $\frac{75ac^2d}{60acd^2}$ ergeben nur 1 Punkt.
- Falls «Punkt-vor-Strich» missachtet und folgerichtig weitergerechnet wird, erhält man das folgerichtige Ergebnis $\frac{15\mathrm{ac}}{20\mathrm{ad}+9\mathrm{d}}$. Dafür wird 1 Punkt vergeben.

Aufgabe 3b **3x** **2 P.**

Lösungsweg:

$$\begin{aligned}\sqrt{49x^2+(4x)^2+(-4x)^2}-\sqrt{2x}\cdot\sqrt{18x} &= \sqrt{49x^2+16x^2+16x^2}-\sqrt{36x^2}\\ &= \sqrt{81x^2}-\sqrt{36x^2}\\ &= 9x-6x=3x\end{aligned}$$

Teilpunkt:

1 P. für *einen* korrekten wurzelfreien Minuenden oder Subtrahenden,
d. h. für $9x$ oder $6x$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkung:

Es wird angenommen, dass $x > 0$ sei.

Aufgabe 4a $\mathbf{2 \cdot (x + 3) - 8 = 4(x - 10)}$ **1 P.**

Mögliche Lösung:

x: gesuchte Zahl

$2 \cdot (x + 3) - 8 = 4(x - 10)$

---

kein Teilpunkt

Bemerkungen:

- Für äquivalente und nachvollziehbare Gleichungen, wie z. B. $2 \cdot (x + 3) = 4(x - 10) + 8$, wird die volle Punktzahl vergeben.
- Für eine äquivalente, jedoch nicht nachvollziehbare Gleichung, wie z. B. $2x = 38$, werden 0 Punkte vergeben.
- Eine korrekte Gleichung, jedoch mit einer nicht gemäss Vorgabe gewählten Variablen *x* (z. B. *x:* neue veränderte Zahl), ergibt 0 Punkte.

Aufgabe 4b $\mathbf{250x + 250 \cdot 2x + 85x = 18000}$ **1 P.**

Mögliche Lösung:

x: Anzahl Liter Wasser, die Röhre B pro Sekunde liefert

$250x + 250 \cdot 2x + 85x = 18000$

---

kein Teilpunkt

Bemerkungen:

- Für äquivalente und nachvollziehbare Gleichungen, wie z. B.

  $$250(x + 2x) + 85x = 18000 \quad \text{oder}$$
  $$250x + 500x + 85x = 18000 \quad \text{oder}$$
  $$335x + 250 \cdot 2x = 18000 \quad \text{oder}$$
  $$335\,x + 500x = 18000 \quad \text{oder}$$
  $$835x = 18000$$

  wird die volle Punktzahl vergeben.

- Für eine äquivalente, jedoch nicht nachvollziehbare Gleichung, wie z. B. $167x = 3600$, werden 0 Punkte vergeben.

- Eine korrekte Gleichung, jedoch mit einer nicht gemäss Vorgabe gewählten Variablen *x* (z. B. *x:* Anzahl Liter Wasser, die Röhre A pro Sekunde liefert), ergibt 0 Punkte.

Aufgabe 4c $\mathbf{0.33x + 0.28(4000 - x) = 1200}$ **1 P.**

Mögliche Lösung:

x: verbrauchte Menge an Ökostrom pro Jahr

$0.33x + 0.28(4000 - x) = 1200$

kein Teilpunkt

Bemerkungen:

- Für äquivalente und nachvollziehbare Gleichungen, wie z. B.
  $0.28(4000 - x) = 1200 - 0.33x$ wird die volle Punktzahl vergeben.
- Für eine äquivalente, jedoch nicht nachvollziehbare Gleichung,
  wie z. B. $0.05x = 80$, werden 0 Punkte vergeben.
- Eine korrekte Gleichung, jedoch mit einer nicht gemäss Vorgabe gewählten Variablen *x* (z. B. *x:* verbrauchte Menge an Graustrom), ergibt 0 Punkte.

Aufgabe 5a $\mathbf{18.75\% = 0.1875 = \frac{3}{16}}$ **1 P.**

Lösung:

Karotten $56\ \mathrm{kg}$		Bohnen $104\ \mathrm{kg}$	
verkauft $47\ \mathrm{kg}$	nicht verkauft $9\ \mathrm{kg}$	verkauft $65\ \mathrm{kg}$	nicht verkauft $39\ \mathrm{kg}$

Nicht verkauftes Gemüse:

$48\ \mathrm{kg} \ \hat{=}\ 100\%$

$9\ \mathrm{kg} \ \hat{=}\ 18.75\% = 0.1875 = \frac{3}{16}$

kein Teilpunkt

Bemerkung:

Für das Resultat 18.75 (ohne Prozentzeichen) wird die volle Punktzahl vergeben.

Aufgabe 5b **3.5 Liter** **2 P.**

Lösung:

	Total in l	Sirupanteil	Sirup in l	Wasser in l
Mischung von Nino	4	15%	0.6	3.4
Mischung von Lea	7.5	8%	0.6	6.9

$15\% \text{ von } 4\,\mathrm{l} = 0.6\,\mathrm{l}$ Sirup in Ninos Getränkemischung

$8\% \mathrel{\hat{=}} 0.6\,\mathrm{l}$ Sirup in Leas Getränkemischung

$92\% \mathrel{\hat{=}} 0.6 \cdot \frac{92}{8} = 6.9\,\mathrm{l}$ Wasser in Leas Getränkemischung

Da in Ninos Getränkemischung schon 3.4 l Wasser enthalten sind, muss Lea noch 3.5 Liter Wasser dazugiessen.

oder

x: Wassermenge in Litern, die Lea dazugiessen muss

$$0.08 \cdot (4 + x) = 0.6$$
$$0.32 + 0.08x = 0.6$$
$$0.08x = 0.28$$
$$x = 3.5$$

oder

x: Wassermenge in Litern, die Lea dazugiessen muss

$$(3.4 + x) \cdot 0.08 = 0.6 \cdot 0.92$$
$$0.272 + 0.08x = 0.552$$
$$0.08x = 0.28$$
$$x = 3.5$$

Teilpunkt:

1 P. für $8\% \mathrel{\hat{=}} 0.6\,\mathrm{l}$ oder für $92\% \mathrel{\hat{=}} 6.9\,\mathrm{l}$ oder für $100\% \mathrel{\hat{=}} 7.5\,\mathrm{l}$

oder

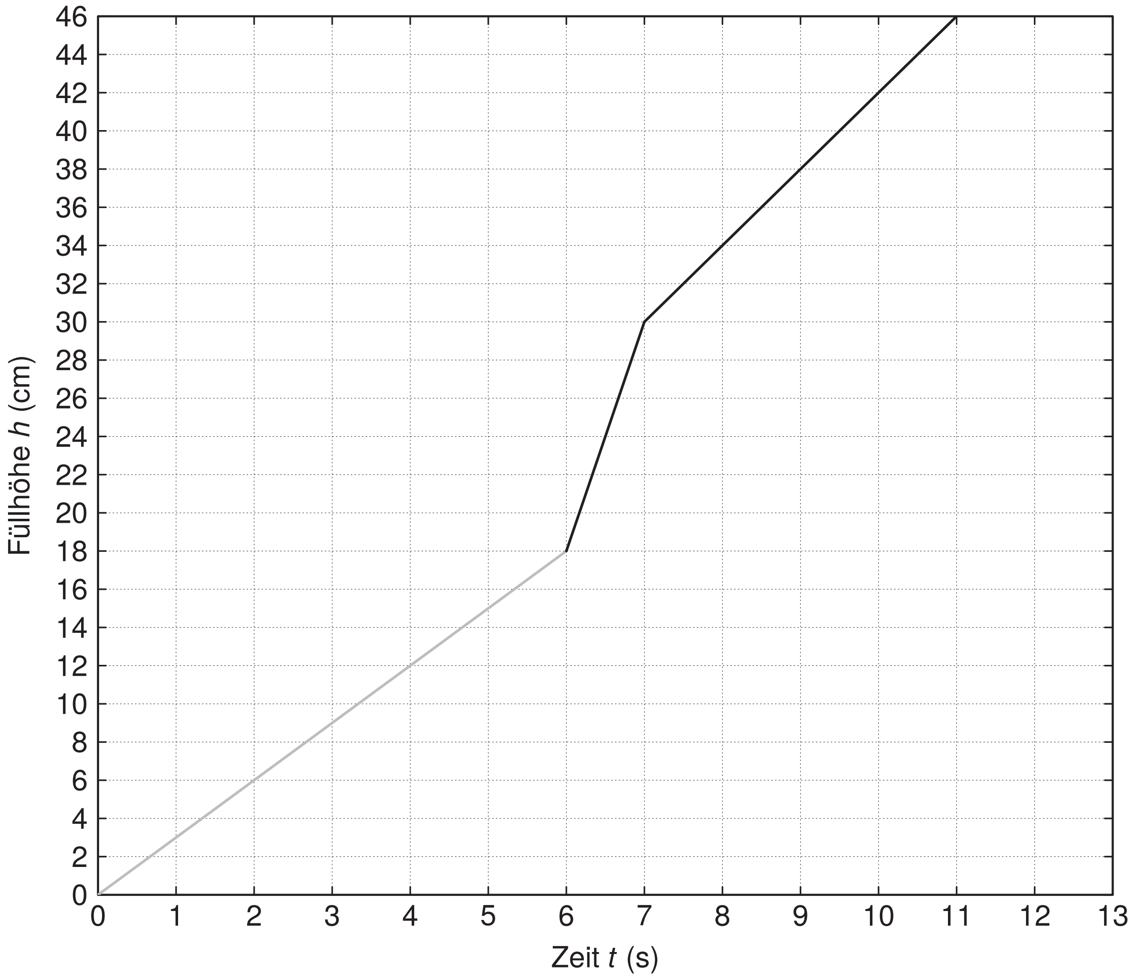
1 P. für eine korrekte sinnvolle Gleichung, wie zum Beispiel für $0.08 \cdot (4 + x) = 0.6$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 6 **s. Graphik unten** **2 P.**

Lösung:



Bezeichnungen:

Graphenabschnitt 2: Strecke von (6 | 18) bis (7 | 30) mit der Steigung 12

Graphenabschnitt 3: Strecke von (7 | 30) bis (11 | 46) mit der Steigung 4

Teilpunkt:

1 P. für den korrekt eingezeichneten Graphenabschnitt 2

oder

1 P. falls *jeder* Graphenabschnitt die korrekte Steigung aufweist, das heisst: Steigung 12 (Graphenabschnitt 2) *und* Steigung 4 (Graphenabschnitt 3)

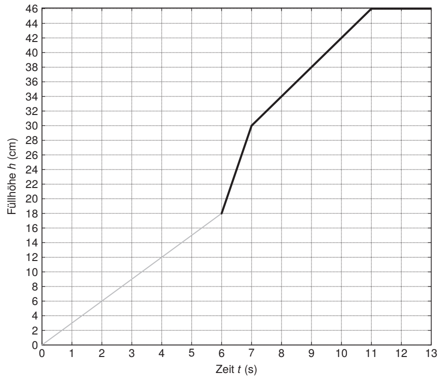
oder

1 P. falls der Graphenabschnitt 3 folgerichtig eingezeichnet wurde, d. h. falls die *beiden* folgenden Bedingungen erfüllt sind:

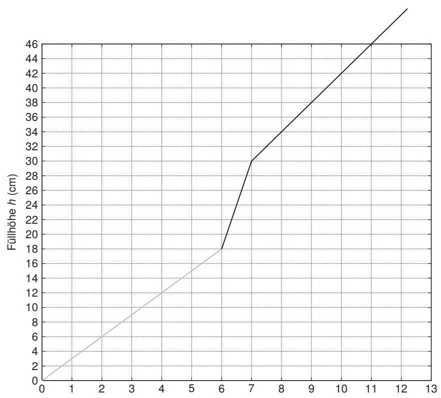
1. Seine Steigung ist 12 *oder* beträgt ein Drittel der Steigung des eingezeichneten Graphenabschnitts 2, *und*
2. er verläuft bis zur Höhe 46 *oder* der vertikale Höhenunterschied des Graphenabschnitts 3 beträgt 16 cm.

Bemerkungen:

- Für einen Graphen, der auf der «Höhe» 46 cm horizontal nach rechts verlängert wird (s. untenstehende Abbildung), erfolgt kein Punkteabzug.



- Für einen Graphen, dessen letzter Graphenabschnitt über das Koordinatensystem herausgezogen wird (s. untenstehende Abbildung), erfolgt kein Punkteabzug.



Aufgabe 7a $\mathbf{\frac{3}{4} = 75\%}$ **2 P.**

Lösung:

Topf A

		r	r	b	b	b
Topf B	r			X	X	X
	b	X	X			
	g	X	X	X	X	X
	g	X	X	X	X	X

$$\mathrm{P(verschiedenfarbig)} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 75\%$$

oder

$$\mathrm{P(verschiedenfarbig)} = p(rb) + p(rg) + p(br) + p(bg)$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{3}{20} + \frac{3}{10} = \frac{3}{4} = 75\%$$

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekte Tabelle inklusive der richtigen Kreuzchen

oder

1 P. für $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$ oder

$\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{3}{20} + \frac{3}{10}$ oder

$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$ oder

$1 - \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4}\right)$ oder

$1 - \frac{1}{4}$

Bemerkung:

Für das Resultat 75 (ohne Prozentzeichen) wird nur 1 Punkt vergeben.

Aufgabe 7b **3** **1 P.**

Lösung:

Lösungsweg 1 (mit Hilfe einer Tabelle):

Topf A

Topf B	r	r	b	b	b	g	g	g
r								
b								
g						X	X	X
g						X	X	X

$$\mathrm{P}(2\mathrm{x}\ \text{grün}) = \frac{3}{16} = \frac{6}{32}$$

Es müssen somit drei grüne Kugeln in den Topf A gelegt werden.

oder

Lösungsweg 2 (durch systematisches Probieren):

Falls 1 grüne Kugel in den Topf A gelegt wird $\Rightarrow P(2\mathrm{x}\ \text{grün}) = \frac{2}{24}$

Falls 2 grüne Kugeln in den Topf A gelegt werden $\Rightarrow P(2\mathrm{x}\ \text{grün}) = \frac{4}{28}$

Falls 3 grüne Kugeln in den Topf A gelegt werden $\Rightarrow P(2\mathrm{x}\ \text{grün}) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$

Somit müssen drei grüne Kugeln in den Topf A gelegt werden.

oder

Lösungsweg 3 (mit Hilfe einer Gleichung):

x: Wahrscheinlichkeit, eine grüne Kugel aus dem Topf A zu ziehen

$$\mathrm{P}(2\mathrm{x}\ \text{grün}) = \frac{1}{2} \cdot x = \frac{3}{16}$$

$$x = \frac{3}{8}$$

Da schon fünf Kugeln im Topf A liegen, müssen noch drei grüne Kugeln hineingelegt werden.

oder

Lösungsweg 4 (mit Hilfe einer Gleichung):

x: Anzahl grüne Kugeln, die in den Topf A gelegt werden müssen

$$\mathrm{P(2x\ grün)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{5+x} = 18.75\%$$

$$\frac{x}{10+2x} = 0.1875$$

$$1.875 + 0.375x = x$$

$$0.625x = 1.875$$

$$x = 3$$

Es müssen drei grüne Kugeln in den Topf A gelegt werden.

---

kein Teilpunkt

Bemerkung:

Für die Lösung

$$\frac{6}{32} = \frac{3}{16} \implies 3\ \mathrm{Kugeln}$$

wird die volle Punktzahl vergeben.

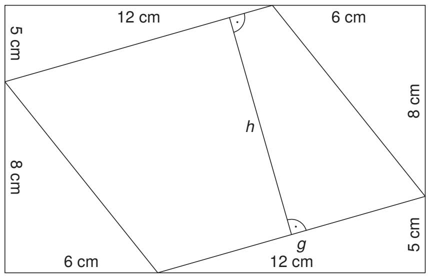
Aufgabe 8 $\boldsymbol{h = \frac{126}{13} \approx 9.7\ \mathrm{cm}}$ **2 P.**

Lösung:

$g = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13\ \mathrm{cm}$

$$\begin{aligned} A_{Parallelenviereck} &= A_{Rechteck} - A_{Rechteck_1} - A_{Rechteck_2} \\ &= 18 \cdot 13 - 12 \cdot 5 - 6 \cdot 8 \\ &= 234 - 60 - 48 = 126\ \mathrm{cm}^2 \end{aligned}$$

$$h = \frac{A_{Parallelenviereck}}{g} = \frac{126}{13} \approx 9.69\ \mathrm{cm}$$



Teilpunkt:

1 P. für den Flächeninhalt des Parallelenvierecks, d. h. für $A = 126\ \mathrm{cm}^2$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkungen:

Für den folgenden Lösungsweg werden 0 Punkte vergeben:

$$A_{Parallelenviereck} = \sqrt{12^2 + 5^2} \cdot \sqrt{8^2 + 6^2} = 13 \cdot 10 = 130\ \mathrm{cm}^2$$

$$h = \frac{A_{Parallelenviereck}}{g} = \frac{130}{13} = 10\ \mathrm{cm}$$

Aufgabe 9a $\mathbf{63000\ m^3}$ **1 P.**

Lösung:

$$V_{Prisma} = G \cdot h$$
$$= A_{Trapez} \cdot h$$
$$= \frac{30+60}{2} \cdot 20 \cdot 70$$
$$= 45 \cdot 20 \cdot 70$$
$$= 900 \cdot 70 = 63000\ \mathrm{m}^3$$

kein Teilpunkt

Aufgabe 9b $\mathbf{\sqrt{6800} \approx 82.5\ m}$ **1 P.**

Lösung:

$$\overline{M_1M_2} = \sqrt{40^2 + 40^2 + 60^2}$$
$$= \sqrt{6800} \approx 82.46\ \mathrm{m}$$

kein Teilpunkt

Aufgabe 9c $\mathbf{28\ m}$ **1 P.**

Lösung:

$$h_{neu} = \sqrt{78^2 - 70^2 - 20^2}$$
$$= \sqrt{784} = 28\ \mathrm{m}$$

kein Teilpunkt

Aufgabe 10a $\quad 27°$ $\quad$ **2 P.**

Lösung:

$\alpha_A = 360 \cdot \frac{45}{360} = 45°$

$\alpha_B = 360 \cdot \frac{45}{900} = 18°$

$\alpha = \alpha_A - \alpha_B = 45° - 18° = 27°$

oder

Drehwinkel von A pro Tag:	$\alpha_A/d = \frac{360°}{360} = 1°/d$
Drehwinkel von B pro Tag:	$\alpha_B/d = \frac{360°}{900} = 0.4°/d$
Drehwinkel-Unterschied pro Tag:	$\Delta_\alpha/d = 1° - 0.4° = 0.6°/d$
Berechnung von α:	$\alpha = 45 \cdot 0.6° = 27°$

Teilpunkt:

1 P. für die korrekte Berechnung des Drehwinkels von A oder von B, d. h. für $\alpha_A = 45°$ oder für $\alpha_B = 18°$

oder

1 P. für den korrekt berechneten Drehwinkel-Unterschied pro Tag, d. h. für 0.6°

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 10b **60 d** **1 P.**

Lösung:

C muss zu diesem Zeitpunkt mindestens 1.5 Drehungen, d. h. einen Drehwinkel von 540°, zurückgelegt haben

540° $\triangleq$ 90 d

360° $\triangleq$ $90 \cdot \frac{360}{540} = 60\ \mathrm{d}$

oder

x: Anzahl Tage, die Planet C für eine Umkreisung von S benötigt

$1.5x = 90$

$x = 60\ \mathrm{d}$

kein Teilpunkt

Bemerkung:

Falls in dieser Position nicht der erste «Treffpunkt» der Planeten berechnet wird, d. h. wenn der Planet C nach 45 Tagen zum Beispiel schon 2.5, 3.5, 4.5, usw. Umkreisungen zurückgelegt hat, und die Teilaufgabe folgerichtig gelöst wird, wird die volle Punktzahl vergeben.

Anzahl Umkreisungen von C $[k_C]$	Drehwinkel von C $[\varphi_C]$	Umlaufzeit von C $[t_C]$
1.5	540°	60 d
2.5	900°	36 d
3.5	1260°	25.714 d
4.5	1620°	20 d
...	...	...
$k_C = n + 0.5 \quad, n \geq 1$	$\varphi_C = 360° \cdot k_C$	$t_C = \frac{90}{k_C} = \frac{90}{n+0.5} \quad, n \geq 1$