



Kanton Zürich
Bildungsdirektion



Zentrale Aufnahmeprüfung Berufsmaturitätsschule und Fachmittelschule Frühling 2024

Mathematik

Serie E

Lösungen und Korrekturrichtlinien

Allgemeine Richtlinien für die Korrektur

- Es werden nur ganze Punkte verteilt.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich und klar dargestellt sein.
- Durchgestrichenes wird nicht bewertet.
- Um die Verhältnismässigkeit bei der Punktevergabe zu wahren, gibt es keinen Punkteabzug bei:
 - vergessenen Einheitsangaben, ausser sie sind für die Aufgabe essentiell (z. B. nötige Umrechnung),
 - Rundungsfehlern (z. B. Abrunden statt Aufrunden oder Weiterrechnen mit gerundeten Zwischenresultaten) oder bei
 - fehlenden Antwortsätzen.
- Die Vergabe von Teilpunkten bei unerwarteten Lösungswegen und Ansätzen liegt im Ermessensspielraum der Korrigierenden.
- Bei mehr als einer Lösung, die inkompatible Ergebnisse darstellen, wird keine gewertet.
- Alle Resultate müssen vollständig vereinfacht werden, falls nichts anderes verlangt ist.
Dabei werden Resultate wie $\frac{4}{1}$ akzeptiert, jedoch $\frac{8}{2}$ nicht.
- Wer mit einem korrekten Resultat falsch weiterrechnet, erhält jeweils nicht die volle Punktzahl.

Lösung der Aufgabe 1a**1 P.***Lösungsweg*

$$7a^2 - (6a - 3a \cdot (2 + a)) = 7a^2 - (6a - 6a - 3a^2) = 7a^2 + 3a^2 = \underline{\underline{10a^2}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 1b**1 P.***Lösungsweg*

$$4x^{m+3} \cdot x^{-2} = 4x^{m+3-2} = \underline{\underline{4x^{m+1}}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 1c**1 P.***Lösungsweg*

$$\sqrt{64x^2 + (-4x)^2 + x^2} = \sqrt{64x^2 + 16x^2 + x^2} = \sqrt{81x^2} = \underline{\underline{9x}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 1d**1 P.***Lösungsweg*

$$3x^2 - 12x - 96 = 3(x^2 - 4x - 32) = \underline{\underline{3(x-8)(x+4)}} = \underline{\underline{3(x+4)(x-8)}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 2a**2 P.***Lösungsweg*

$$\begin{aligned}
 & (x-4)(x-2) - (x-6)^2 \\
 &= x^2 - 6x + 8 - (x^2 - 12x + 36) \\
 &= x^2 - 6x + 8 - x^2 + 12x - 36 \\
 &= \underline{6x - 28} = \underline{-28 + 6x} \\
 &= \underline{2(3x - 14)} = \underline{2(-14 + 3x)}
 \end{aligned}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für eines der beiden Zwischenresultate $x^2 - 6x + 8 - (x^2 - 12x + 36)$ oder $x^2 - 6x + 8 - x^2 + 12x - 36$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Beispiel 1: falsches Quadrieren des Binoms

$$\begin{aligned}
 & (x-4)(x-2) - (x-6)^2 \\
 &= x^2 - 6x + 8 - \boxed{(x^2 - 36)} \\
 &= x^2 - 6x + 8 - x^2 + 36 \\
 &= \underline{44 - 6x} = \underline{-6x + 44} \\
 &= \underline{2(22 - 3x)} = \underline{2(-3x + 22)}
 \end{aligned}$$

Beispiel 2: Minus vor Klammer nicht korrekt berücksichtigt

$$\begin{aligned}
 & (x-4)(x-2) - (x-6)^2 \\
 &= x^2 - 6x + 8 - x^2 \boxed{-} 12x \boxed{+} 36 \\
 &= \underline{44 - 18x} = \underline{-18x + 44} \\
 &= \underline{2(22 - 9x)} = \underline{2(-9x + 22)}
 \end{aligned}$$

Lösung der Aufgabe 2b**2 P.***Lösungsweg*

$$\frac{c}{2} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{5c}{2} - \frac{c}{4} \right) = \frac{c}{2} + \frac{5c}{6} - \frac{c}{12} = \frac{6c}{12} + \frac{10c}{12} - \frac{c}{12} = \frac{15c}{12} = \frac{5c}{4} = \underline{\underline{1.25c}}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für einen korrekten klammerfreien Term mit gleichnamigen Brüchen oder für einen nicht vollständig vereinfachten Bruch wie zum Beispiel:

$$\frac{6c}{12} + \frac{10c}{12} - \frac{c}{12}$$

oder

$$\frac{6c + 10c - c}{12}$$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Lösung der Aufgabe 3a**2 P.***Lösungsweg*

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = 1.5x + \frac{2-5x}{3}$$

$$\frac{3x}{6} + \frac{2}{6} = \frac{9}{6}x + \frac{4-10x}{6}$$

$$3x + 2 = 9x + 4 - 10x$$

$$3x + 2 = 4 - x$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{1}{2} = \underline{\underline{0.5}}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für eine korrekte nennerfreie Gleichung

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Lösung der Aufgabe 3b**2 P.***Lösungsweg*

$$2x^2 + 4x - 2(x + 2)(x - 2) = 16$$

$$2x^2 + 4x - 2(x^2 - 4) = 16$$

$$2x^2 + 4x - 2x^2 + 8 = 16$$

$$4x = 8$$

$$x = \underline{\underline{2}}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für eine korrekte klammerfreie Gleichung

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Lösung der Aufgabe 4a**1 P.***Lösungsweg*

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} &= \frac{a+x}{a} \\ \frac{2a}{3a} &= \frac{3a+3x}{3a} \\ 2a &= 3a+3x \\ -3x &= a \\ x &= \underline{\underline{-\frac{a}{3}}} = \underline{\underline{-0.\bar{3}a}}\end{aligned}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 4b**1 P.***Lösungsweg*

$$\begin{aligned}c \cdot (c - 4x) &= 2x \\ c^2 - 4cx &= 2x \\ c^2 &= 2x + 4cx \\ c^2 &= x(2 + 4c) \\ x &= \underline{\underline{\frac{c^2}{2+4c}}} = \underline{\underline{\frac{c^2}{4c+2}}} = \underline{\underline{\frac{c^2}{2(1+2c)}}} = \underline{\underline{\frac{c^2}{2(2c+1)}}}\end{aligned}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 5a**1 P.***Lösungsweg*

$$51 \cdot 260 \text{ mm} \cdot 247 \text{ mm} = 3\,275\,220 \text{ mm}^2 = 3.275220 \text{ m}^2 \approx \underline{\underline{3.3 \text{ m}^2}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 5b**1 P.***Lösungsweg*

Gewicht: $51 \cdot 4 \cdot 144 \cdot 3.7 \text{ g} = 108\,691.2 \text{ g} = 108.6912 \text{ kg}$

Wassermenge: $108.6912 \text{ kg} \cdot 8.7 \text{ l/kg} \approx \underline{\underline{945.6 \text{ l}}}$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 6a**1 P.***Lösungsweg*

$$200 \cdot 20 \text{ mm / s} = 4000 \text{ mm / s} = 4 \text{ m / s} = \underline{\underline{14.4 \text{ km / h}}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 6b**1 P.***Lösungsweg 1*

$$\text{Dauer des Hinfluges:} \quad 195 \text{ s} : 3 = 65 \text{ s}$$

$$\text{Distanz:} \quad 65 \text{ s} \cdot 7 \text{ m / s} = \underline{\underline{455 \text{ m}}}$$

Lösungsweg 2

x: einfacher Weg in m

$$\frac{x}{7} + \frac{x}{3.5} = 195$$

$$\frac{x}{7} + \frac{2x}{7} = \frac{1365}{7}$$

$$x + 2x = 1365$$

$$3x = 1365$$

$$x = 455$$

Die Distanz beträgt 455 m.*Bepunktung*

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 7a**2 P.***Lösungsweg*

Anzahl Personen, die zu schnell unterwegs waren: $\frac{63}{0.7} = 90$

Gesamtanzahl Personen: $\frac{90}{0.6} = 150$

Insgesamt wurden 150 Personen kontrolliert.

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für die korrekte Berechnung der Anzahl Personen, die zu schnell unterwegs waren

oder

1 P. für die korrekte Berechnung der Gesamtanzahl Personen basierend auf einer falschen Berechnung der Anzahl Personen, die zu schnell unterwegs waren

Lösung der Aufgabe 7b**1 P.***Lösungsweg*

Jahreszins: $\text{CHF } 50 \cdot \frac{360}{300} = \text{CHF } 50 \cdot \frac{6}{5} = \text{CHF } 60$

Höhe des Kapitals: CHF 60 entspricht 0.4 %, somit: 100 % = CHF 15 000

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Bemerkung Wer die Aufgabe mit 365 Tagen löst und auf das Ergebnis CHF 15 208.33 kommt, erhält auch 1 P.

Lösung der Aufgabe 8a**1 P.***Lösungsweg*

Gesuchte Zahl	x
Kehrwert der Zahl	$\frac{1}{x}$

Mögliche Gleichung:

$$x + \frac{1}{x} = 4.5$$

oder eine gleichwertige, umgestellte Gleichung

Bepunktung

1 P. für eine korrekte Gleichung, in der nur die Variable x (gesuchte Zahl) vorkommt. Die Gleichung muss nicht vereinfacht werden.

Bemerkung

- Die gesuchten Zahlen sind $x_1 \approx 0.23$ und $x_2 \approx 4.27$.
- Ein korrektes Resultat ohne Gleichung gibt 0 Punkte.
- Wer eine korrekte Gleichung aufstellt und diese falsch auflöst, erhält keinen Abzug.

Lösung der Aufgabe 8b**2 P.***Lösungsweg*

Anzahl verkaufter Ringe	x
Anzahl verkaufter Halsketten	$\frac{x}{2}$

Mögliche Gleichung:

$$65x + 95 \cdot \frac{x}{2} = 1350$$

oder eine gleichwertige, umgestellte Gleichung

Bepunktung

2 P. für eine korrekte Gleichung, in der nur die Variable x (Anzahl verkaufter Ringe) vorkommt. Die Gleichung muss nicht vereinfacht werden.

Teilpunkte

1 P. für die beiden Terme $65x$ und $95 \cdot \frac{x}{2}$

oder

1 P. für eine korrekte Gleichung mit der Anzahl verkaufter Halsketten (y) als Unbekannte

Beispiel: $65 \cdot 2y + 95y = 1350$

oder

1 P. für zwei korrekte Gleichungen mit zwei Variablen:

Beispiel: $x = 2y$ und $65x + 95y = 1350$

Bemerkung

- Es wurden 12 Ringe und 6 Halsketten verkauft.
- Ein korrektes Resultat ohne Gleichung gibt 0 Punkte.
- Wer eine korrekte Gleichung aufstellt und diese falsch auflöst, erhält keinen Abzug.

Lösung der Aufgabe 9a**1 P.***Lösung*

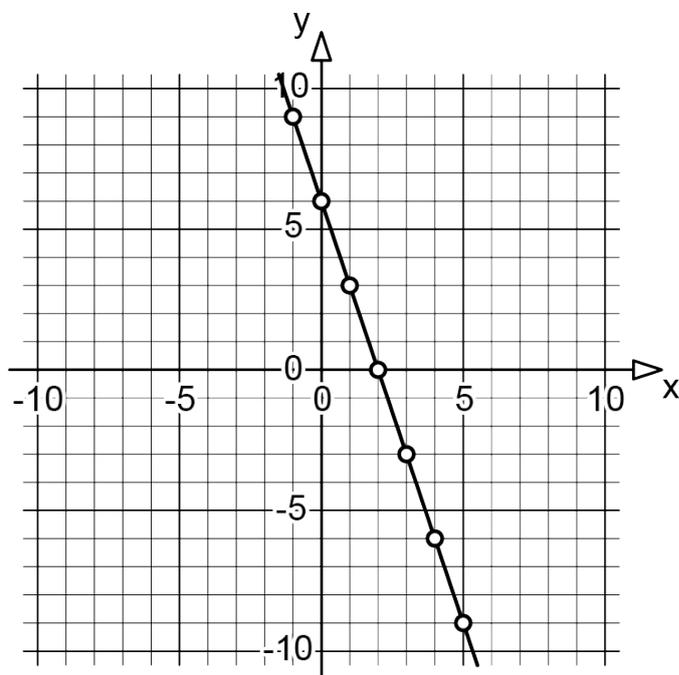
$$\underline{\underline{y = \frac{3}{8}x - 7}}$$

$$\underline{\underline{y = 0.375x - 7}}$$

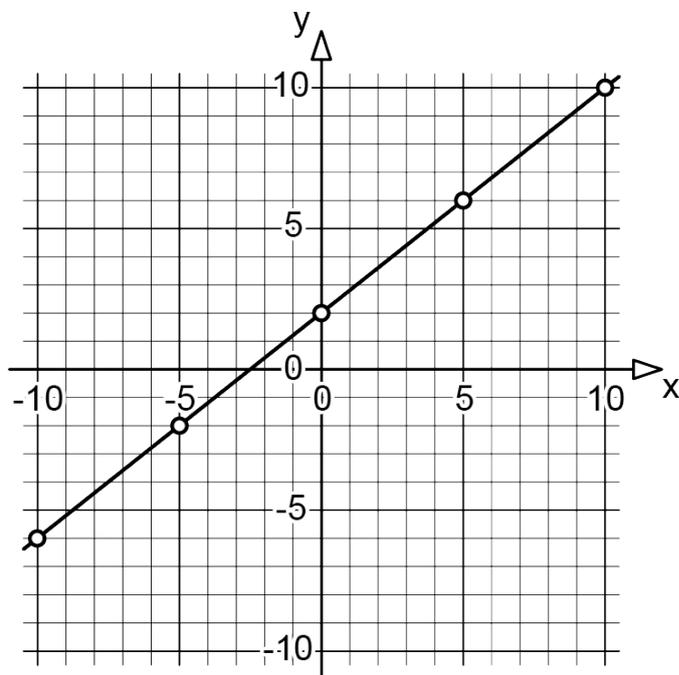
Bepunktung

1 P. für korrektes Endergebnis, auch wenn dieses nicht maximal vereinfacht ist, wie

zum Beispiel
$$\underline{\underline{y = \frac{6}{16}x - 7}}$$

Lösung der Aufgabe 9b**1 P.***Lösung**Bepunktung*

1 P. für den korrekten Graphen, wobei der Graph durch mindestens zwei korrekte Punkte verlaufen muss, wie zum Beispiel (0/6) und (2/0)

Lösung der Aufgabe 9c**1 P.***Lösung**Bepunktung*

1 P. für den korrekten Graphen, wobei der Graph durch mindestens zwei korrekte Punkte verlaufen muss, wie zum Beispiel (0/2) und (5/6)

Lösung der Aufgabe 9d**1 P.***Lösung*

$$\underline{\underline{y = 3x + 17}}$$

Bepunktung

1 P. für korrektes Endergebnis

Lösung der Aufgabe 10a

1 P.

Lösung

$$\alpha = \underline{\underline{24^\circ}}$$

Bepunktung

1 P. für korrektes Endergebnis

Lösung der Aufgabe 10b

1 P.

Lösung

$$\beta = \underline{\underline{45^\circ}}$$

Bepunktung

1 P. für korrektes Endergebnis

Lösung der Aufgabe 11**2 P.***Vorbereitung*

$$\overline{AC} = \sqrt{20^2 - 12^2} \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$

Lösungsweg 1

$$A_{\text{MBC}} = \frac{20 \cdot \overline{AC}}{2} \text{ cm}^2 = \underline{\underline{160 \text{ cm}^2}}$$

Lösungsweg 2

$$A_{\text{MBC}} = \frac{\overline{AC} \cdot 32}{2} \text{ cm}^2 - \frac{\overline{AC} \cdot 12}{2} \text{ cm}^2 = \underline{\underline{160 \text{ cm}^2}}$$

Lösungsweg 3

$$\overline{BC} = \sqrt{32^2 + \overline{AC}^2} \text{ cm} \approx 35.78 \text{ cm}$$

$$\text{Höhe } h \text{ auf AB durch M: } h = \sqrt{20^2 - \left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2} \approx 8.94 \text{ cm}$$

$$A_{\text{MBC}} = \frac{\overline{BC} \cdot h}{2} = \underline{\underline{160 \text{ cm}^2}}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

*Teilpunkte*1 P. für die korrekte Berechnung von \overline{AC} *oder*

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Lösung der Aufgabe 12**2 P.***Lösungsweg*

$$\overline{MP} = r = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \approx 8.49$$

$$\overline{MQ} = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73} \approx 8.54$$

Die Strecke \overline{MQ} ist länger als der Radius, daher:

- Q liegt auf der Kreislinie.
- Q liegt innerhalb des Kreises.
- Q liegt ausserhalb des Kreises.

Bepunktung

2 P. für richtige Antwort mit erklärender Rechnung

Teilpunkte

1 P. für die Berechnung entweder des Radius $r = \overline{MP}$ oder von \overline{MQ}

- Bemerkung*
- Als Rechnung gilt auch, wenn nur die beiden Zahlen 72 und 73 (oder auch 8.49 und 8.54) vorhanden sind und dadurch sichtbar ist, dass die beiden Strecken(-quadrate) korrekt berechnet wurden.
 - Wer das Kreuz richtig setzt, jedoch keine Rechnung angibt, erhält 0 P.

Lösung der Aufgabe 13a**1 P.***Lösungsweg*

$$V = \frac{3}{4} \cdot 10^2 \cdot \pi \cdot 20 \text{ cm}^3 \approx \underline{\underline{4712.4 \text{ cm}^3}} \approx \underline{\underline{4.7 \text{ dm}^3}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 13b**1 P.***Lösungsweg*

$$\overline{AB} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 20^2} \text{ cm} \approx \underline{\underline{24.5 \text{ cm}}} \approx \underline{\underline{2.4 \text{ dm}}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 13c**1 P.***Lösungsweg*

$$\frac{20}{\sqrt{10^2 + 10^2}} \approx \underline{\underline{141.4 \%}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Bemerkung Wer als Resultat 1.414 oder 141.4 angibt, erhält auch 1 P.

Lösung der Aufgabe 14a**1 P.***Lösungsweg*

$$p = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} \approx \underline{\underline{0.2}} \approx \underline{\underline{20\%}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Bemerkung

- Wer als Resultat 20 angibt, erhält keinen Abzug.
- Wer in den Aufgaben 14a, 14b und 14c den immer gleichen Überlegungsfehler macht (zum Beispiel, wer den Wortlaut «**verschiedene** Karten» überliest), erhält nur einmal Abzug.

Lösung der Aufgabe 14b**1 P.***Lösungsweg*

$$p = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} \approx \underline{\underline{0.133}} \approx \underline{\underline{13.3\%}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Bemerkung

- Wer als Resultat 13.3 angibt, erhält keinen Abzug.
- Wer in den Aufgaben 14a, 14b und 14c den immer gleichen Überlegungsfehler macht (zum Beispiel, wer den Wortlaut «**verschiedene** Karten» überliest), erhält nur einmal Abzug.

Lösung der Aufgabe 14c**1 P.***Lösungsweg*

$$p = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx \underline{\underline{0.667}} \approx \underline{\underline{66.7\%}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Bemerkung

- Wer als Resultat 66.7 angibt, erhält keinen Abzug.
- Wer in den Aufgaben 14a, 14b und 14c den immer gleichen Überlegungsfehler macht (zum Beispiel, wer den Wortlaut «**verschiedene** Karten» überliest), erhält nur einmal Abzug.