



Kanton Zürich
Bildungsdirektion



Zentrale Aufnahmeprüfung Berufsmaturitätsschule und Fachmittelschule Frühling 2024

Mathematik

Serie D

Lösungen und Korrekturrichtlinien

Allgemeine Richtlinien für die Korrektur

- Es werden nur ganze Punkte verteilt.
- Der Lösungsweg muss klar ersichtlich und klar dargestellt sein.
- Durchgestrichenes wird nicht bewertet.
- Um die Verhältnismässigkeit bei der Punktevergabe zu wahren, gibt es keinen Punkteabzug bei:
 - vergessenen Einheitsangaben, ausser sie sind für die Aufgabe essentiell (z. B. nötige Umrechnung),
 - Rundungsfehlern (z. B. Abrunden statt Aufrunden oder Weiterrechnen mit gerundeten Zwischenresultaten) oder bei
 - fehlenden Antwortsätzen.
- Die Vergabe von Teilpunkten bei unerwarteten Lösungswegen und Ansätzen liegt im Ermessensspielraum der Korrigierenden.
- Bei mehr als einer Lösung, die inkompatible Ergebnisse darstellen, wird keine gewertet.
- Alle Resultate müssen vollständig vereinfacht werden, falls nichts anderes verlangt ist.
Dabei werden Resultate wie $\frac{4}{1}$ akzeptiert, jedoch $\frac{8}{2}$ nicht.
- Wer mit einem korrekten Resultat falsch weiterrechnet, erhält jeweils nicht die volle Punktzahl.

Lösung der Aufgabe 1a**1 P.***Lösungsweg*

$$-2c^2 - (-3c)^2 = -2c^2 - 9c^2 = \underline{\underline{-11c^2}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 1b**1 P.***Lösungsweg*

$$\sqrt{(7m)^2 - 4m^2} \cdot \sqrt{(4m)^2 + 4m^2} = \sqrt{45m^2} \cdot \sqrt{20m^2} = \sqrt{45 \cdot 20} \cdot m^2 = \underline{\underline{30m^2}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 1c**1 P.***Lösungsweg*

$$\frac{1}{4ab} - \frac{1}{6a^2} = \frac{3a}{12a^2b} - \frac{2b}{12a^2b} = \frac{3a-2b}{12a^2b} = \frac{-2b+3a}{12a^2b}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 1d**1 P.***Lösungsweg*

$$5y^2 - 30y + 45 = 5(y^2 - 6y + 9) = \underline{5(y-3)^2} = \underline{5(y-3)(y-3)}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 2a**2 P.***Lösungsweg*

$$\begin{aligned}
 & (x-3)(x+5) - (x-7)^2 \\
 &= x^2 + 2x - 15 - (x^2 - 14x + 49) \\
 &= x^2 + 2x - 15 - x^2 + 14x - 49 \\
 &= \underline{16x - 64} = \underline{-64 + 16x} \\
 &= \underline{16(x-4)} = \underline{16(-4+x)}
 \end{aligned}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für eines der beiden Zwischenresultate $x^2 + 2x - 15 - (x^2 - 14x + 49)$
 oder $x^2 + 2x - 15 - x^2 + 14x - 49$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Beispiel 1: falsches Quadrieren des Binoms

$$\begin{aligned}
 & (x-3)(x+5) - (x-7)^2 \\
 &= x^2 + 2x - 15 - \boxed{(x^2 - 49)} \\
 &= x^2 + 2x - 15 - x^2 + 49 \\
 &= \underline{2x + 34} = \underline{34 + 2x} \\
 &= \underline{2(x+17)} = \underline{2(17+x)}
 \end{aligned}$$

Beispiel 2: Minus vor Klammer nicht korrekt berücksichtigt

$$\begin{aligned}
 & (x-3)(x+5) - (x-7)^2 \\
 &= x^2 + 2x - 15 - x^2 \boxed{-} 14x \boxed{+} 49 \\
 &= \underline{34 - 12x} = \underline{-12x + 34} \\
 &= \underline{2(17 - 6x)} = \underline{2(-6x + 17)}
 \end{aligned}$$

Lösung der Aufgabe 2b**2 P.***Lösungsweg*

$$\begin{aligned} & \frac{x \cdot 3x^2}{2} \cdot \frac{4}{x} - \frac{3x}{2} \cdot \frac{4}{x} \\ &= \frac{12x^3}{2x} - \frac{3x^2}{8} \\ &= 6x^2 - \frac{3x^2}{8} \\ &= \frac{48x^2 - 3x^2}{8} \\ &= \frac{45x^2}{8} \\ &= \underline{\underline{5.625x^2}} \end{aligned}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

*Teilpunkte*1 P. für eines der beiden Zwischenresultate $\frac{12x^3}{2x} - \frac{3x^2}{8}$ oder $6x^2 - \frac{3x^2}{8}$ *oder*

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Lösung der Aufgabe 3a**2 P.***Lösungsweg*

$$3 \cdot (x-1)^2 = 21 + 3x^2 + 12x$$

$$3 \cdot (x^2 - 2x + 1) = 21 + 3x^2 + 12x$$

$$3x^2 - 6x + 3 = 21 + 3x^2 + 12x$$

$$-18x = 18$$

$$x = \underline{\underline{-1}}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für eine korrekte klammerfreie Gleichung

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Beispiel: falsches Quadrieren des Binoms

$$3 \cdot (x-1)^2 = 21 + 3x^2 + 12x$$

$$3 \cdot (x^2 - 1) = 21 + 3x^2 + 12x$$

$$3x^2 - 3 = 21 + 3x^2 + 12x$$

$$-12x = 24$$

$$x = \underline{\underline{-2}}$$

Lösung der Aufgabe 3b**2 P.***Lösungsweg*

$$\frac{5(x-2)}{3} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x+3}{4}$$

$$\frac{20x-40}{12} - \frac{12x+6}{12} = \frac{3x+9}{12}$$

$$20x-40-12x-6 = 3x+9$$

$$8x-46 = 3x+9$$

$$5x = 55$$

$$x = \underline{\underline{11}}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für eine korrekte nennerfreie Gleichung

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Beispiel: Minus vor Bruch nicht korrekt berücksichtigt

$$\frac{5(x-2)}{3} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x+3}{4}$$

$$\frac{20x-40}{12} - \frac{12x+6}{12} = \frac{3x+9}{12}$$

$$20x-40-12x\boxed{+}6 = 3x+9$$

$$8x-34 = 3x+9$$

$$5x = 43$$

$$x = \frac{43}{5} = \underline{\underline{8.6}}$$

Lösung der Aufgabe 4a**1 P.***Lösungsweg*

$$3x - ax = 2$$

$$x(3 - a) = 2$$

$$x = \frac{2}{3-a} = \frac{2}{-a+3} = \frac{-2}{a-3} = \frac{-2}{-3+a} = -\frac{2}{a-3} = -\frac{2}{-3+a}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 4b**1 P.***Lösungsweg*

$$\frac{x}{2c} = \frac{2c - x}{c}$$

$$\frac{x}{2c} = \frac{4c - 2x}{2c}$$

$$x = 4c - 2x$$

$$3x = 4c$$

$$x = \frac{4c}{3} = \underline{\underline{1.\overline{3}c}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 5a**1 P.***Lösungsweg*

$$\text{Flächeninhalt A4:} \quad 21 \text{ cm} \cdot 29.7 \text{ cm} = 623.7 \text{ cm}^2 = 0.06237 \text{ m}^2$$

$$\text{Flächeninhalt A0:} \quad 0.06237 \text{ m}^2 \cdot 2^4 = 0.99792 \text{ m}^2 \approx \underline{\underline{1.0 \text{ m}^2}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 5b**1 P.***Lösungsweg*

$$21 \text{ cm} \cdot 29.7 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} = 15\,592.5 \text{ cm}^3 = 15\,592.5 \text{ ml} \approx \underline{\underline{15.6 \text{ l}}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 6**2 P.**

| | <i>Lösungsweg 1</i> | <i>Lösungsweg 2</i> | <i>Lösungsweg 3</i> |
|---|--|--|--|
| Einheit | m/min | m/s | km/h |
| Umrechnung von 35.6 Knoten | $30.8 \text{ m/min} \cdot 35.6$ $= 1096.48 \text{ m/min}$ | $\frac{30.8}{60} \text{ m/s} \cdot 35.6$ $\approx 18.27 \text{ m/s}$ | $\frac{60 \cdot 30.8}{1000} \text{ km/h} \cdot 35.6$ $\approx 65.79 \text{ km/h}$ |
| Umrechnung Fahrzeit 3 d 10 h 36 min | 4956 min | 297 360 s | 82.6 h |
| Länge der Strecke | $1096.48 \text{ m/min} \cdot 4956 \text{ min}$ $\approx 5\,434\,154.9 \text{ m}$ $\approx \underline{\underline{5434 \text{ km}}}$ | $18.27 \text{ m/s} \cdot 297\,360 \text{ s}$ $\approx 5\,434\,154.9 \text{ m}$ $\approx \underline{\underline{5434 \text{ km}}}$ | $82.6 \text{ h} \cdot 65.79 \text{ km/h}$ $\approx \underline{\underline{5434 \text{ km}}}$ |

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis in km

Teilpunkte

1 P. für das korrekte Umrechnen von 35.6 Knoten in m/min, m/s oder km/h

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Lösung der Aufgabe 7a**2 P.***Lösungsweg*

Anzahl Reisender in der 2. Klasse: $\frac{330}{0.3} = 1100$

Gesamtanzahl Reisender: $\frac{1100}{0.8} = 1375$

Im Zug sind insgesamt 1375 Reisende unterwegs.

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für die korrekte Berechnung der Anzahl Reisender in der 2. Klasse

oder

1 P. für die korrekte Berechnung der Gesamtanzahl Reisender basierend auf einer falschen Berechnung der Anzahl Reisender in der 2. Klasse

Lösung der Aufgabe 7b**1 P.***Lösungsweg*

$$40000 \cdot 1.005^6 \approx 41\,215$$

In 6 Jahren werden in der Stadt voraussichtlich 41 215 Menschen leben.

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 8a**1 P.***Lösungsweg*

| | |
|---|--------------------|
| Anzahl Packungen, die Cleos Mutter gekauft hat | x |
| Anzahl Windeln, welche Cleos Mutter gekauft hat | 22x |
| Anzahl Windeln, welche Cleos Vater gekauft hat | 44x |
| Gesamtanzahl Windel | $33 \cdot 6 = 198$ |

Mögliche Gleichungen:

$$x \cdot 22 + x \cdot 44 = 6 \cdot 33$$

oder

$$22x + 44x = 198$$

oder

$$66x = 198$$

oder

$$\frac{22x + 44x}{6} = 33$$

oder

$$\frac{66x}{6} = 33$$

oder eine gleichwertige, umgestellte Gleichung

Bepunktung

1 P. für eine korrekte Gleichung, in der nur die Variable x (Anzahl Windelpackungen) vorkommt. Die Gleichung muss nicht vereinfacht werden.

Bemerkung

- Cleos Mutter hat drei Windelpackungen gekauft.
- Ein korrektes Resultat ohne Gleichung gibt 0 Punkte.
- Wer eine korrekte Gleichung aufstellt und diese falsch auflöst, erhält keinen Abzug.

Lösung der Aufgabe 8b**2 P.***Lösungsweg*

| | Alter (in Jahren) von Aydin | Alter (in Jahren) von Sam |
|--------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| Heute | x | $33 - x$ |
| vor 6 Jahren | $x - 6$ | $33 - x - 6 = \frac{3}{4}(x - 6)$ |

Mögliche Gleichungen:

$$33 - x - 6 = \frac{3}{4}(x - 6) \quad \text{oder} \quad 27 - x = \frac{3}{4}(x - 6)$$

oder eine gleichwertige, umgestellte Gleichung

Bepunktung

- 2 P. für eine korrekte Gleichung, in der nur die Variable x (Alter von Aydin) vorkommt. Die Gleichung muss nicht vereinfacht werden.

Teilpunkte

- 1 P. für entweder die Terme $x - 6$ und $33 - x$ oder die Terme $x - 6$ und $27 - x$

oder

- 1 P. für eine korrekte Gleichung mit dem Alter von Sam (y) als Unbekannte

Beispiel: $y - 6 = \frac{3}{4}(33 - y - 6)$

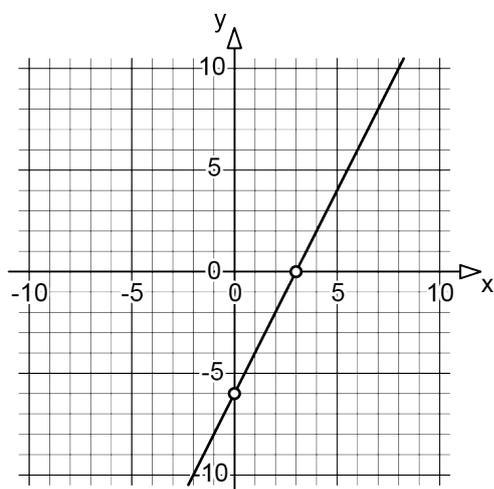
oder

- 1 P. für zwei korrekte Gleichungen mit zwei Variablen

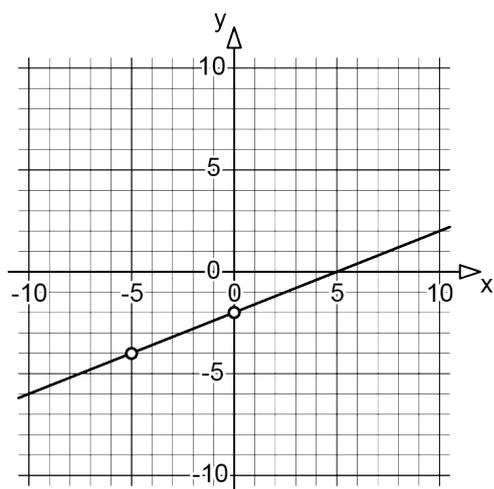
Beispiel: $x + y = 33$ und $y - 6 = \frac{3}{4}(x - 6)$

Bemerkung

- Aydin ist heute 18 Jahre alt.
- Ein korrektes Resultat ohne Gleichung gibt 0 Punkte.
- Wer eine korrekte Gleichung aufstellt und diese falsch auflöst, erhält keinen Abzug.

Lösung der Aufgabe 9a**1 P.***Lösung**Bepunktung*

- 1 P. für den korrekten Graphen, wobei der Graph durch mindestens zwei korrekte Punkte verlaufen muss, wie zum Beispiel (0/-6) und (3/0)

Lösung der Aufgabe 9b**1 P.***Lösung**Bepunktung*

- 1 P. für den korrekten Graphen, wobei der Graph durch mindestens zwei korrekte Punkte verlaufen muss, wie zum Beispiel (-5/-4) und (0/-2)

Lösung der Aufgabe 9c**1 P.***Lösung*

$$\underline{\underline{y = -\frac{3}{5}x + 4}}$$

$$\underline{\underline{y = -0.6x + 4}}$$

Bepunktung

1 P. für korrektes Endergebnis, auch wenn dieses nicht maximal vereinfacht ist, wie zum Beispiel $y = -\frac{6}{10}x + 4$

Lösung der Aufgabe 9d**1 P.***Lösungsweg*

$$53 = 5x + 18$$

$$35 = 5x$$

$$\underline{\underline{7 = x}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 10a

1 P.

Lösung

$$\alpha = \underline{\underline{137^\circ}}$$

Bepunktung

1 P. für korrektes Endergebnis

Lösung der Aufgabe 10b

1 P.

Lösung

$$\beta = \underline{\underline{28^\circ}}$$

Bepunktung

1 P. für korrektes Endergebnis

Lösung der Aufgabe 11**2 P.***Lösungsweg 1*

$$\overline{BC} = \sqrt{16^2 - 8^2} \text{ cm} \approx 13.86 \text{ cm}$$

$$A_{ABC} = \frac{8 \cdot \overline{BC}}{2} \approx \underline{\underline{55.4 \text{ cm}^2}}$$

Lösungsweg 2

$$h_c = \sqrt{8^2 - 4^2} \text{ cm} \approx 6.93 \text{ cm}$$

$$A_{ABC} = \frac{16 \cdot h_c}{2} \approx \underline{\underline{55.4 \text{ cm}^2}}$$

Bepunktung

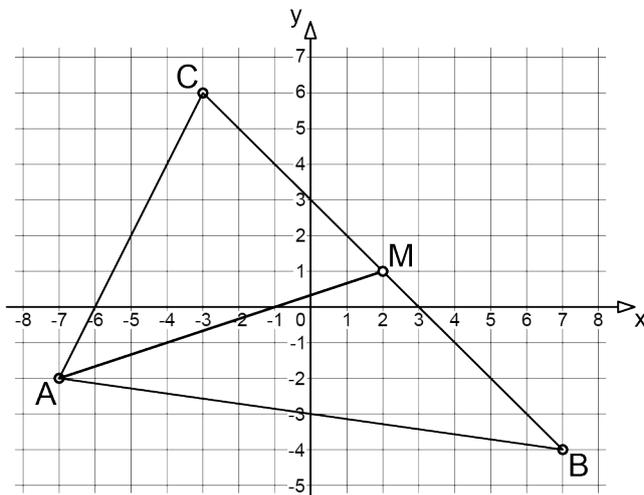
2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Teilpunkte

1 P. für die korrekte Berechnung von entweder \overline{BC} oder h_c

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Lösung der Aufgabe 12**2 P.***Lösungsweg*Mittelpunkt der Strecke BC graphisch ermitteln und ablesen: $M(2/1)$ Strecke \overline{AM} berechnen

$$s_a = \overline{AM} = \sqrt{9^2 + 3^2} \approx \underline{\underline{9.49}}$$

Bepunktung

2 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

*Teilpunkte*1 P. für Angabe der Koordinaten $M(2/1)$ *oder*1 P. für korrekt eingezeichnete Schwerlinie (inkl. korrektem Seitenmittelpunkt M).
In diesem Fall ist die Angabe der Koordinaten von M nicht unbedingt nötig.*oder*1 P. für die korrekte Berechnung von $s_b \approx 13.42$ oder $s_c \approx 9.49$

Lösung der Aufgabe 13a**1 P.***Lösungsweg*

$$V = \frac{1}{2} \cdot 20^2 \cdot \pi \cdot 50 \approx \underline{\underline{31\,415.9 \text{ dm}^3}} \approx \underline{\underline{31.4 \text{ m}^3}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 13b**1 P.***Lösungsweg*

$$\overline{AM} = \sqrt{50^2 + 20^2 + 20^2} \text{ dm} \approx \underline{\underline{57.4 \text{ dm}}} \approx \underline{\underline{5.7 \text{ m}}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Lösung der Aufgabe 13c**1 P.***Lösungsweg*

$$\frac{20}{\sqrt{20^2 + 50^2}} \approx \underline{\underline{37.1 \%}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Bemerkung Wer als Resultat 0.371 oder 37.1 angibt, erhält auch 1 P.

Lösung der Aufgabe 14a**1 P.***Lösungsweg*

$$p = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9} \approx \underline{\underline{0.222}} \approx \underline{\underline{22.2\%}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Bemerkung

- Wer als Resultat 22.2 angibt, erhält keinen Abzug.
- Wer in den Aufgaben 14a, 14b und 14c den immer gleichen Überlegungsfehler macht (zum Beispiel, wer den Wortlaut «**verschiedene** Felder» überliest), erhält nur einmal Abzug.

Lösung der Aufgabe 14b**1 P.***Lösungsweg*

$$p = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15} \approx \underline{\underline{0.133}} \approx \underline{\underline{13.3\%}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Bemerkung

- Wer als Resultat 13.3 angibt, erhält keinen Abzug.
- Wer in den Aufgaben 14a, 14b und 14c den immer gleichen Überlegungsfehler macht (zum Beispiel, wer den Wortlaut «**verschiedene** Felder» überliest), erhält nur einmal Abzug.

Lösung der Aufgabe 14c**1 P.***Lösungsweg*

$$p = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15} \approx \underline{\underline{0.467}} \approx \underline{\underline{46.7\%}}$$

Bepunktung

1 P. für richtigen Lösungsweg mit korrektem Endergebnis

Bemerkung

- Wer als Resultat 46.7 angibt, erhält keinen Abzug.
- Wer in den Aufgaben 14a, 14b und 14c den immer gleichen Überlegungsfehler macht (zum Beispiel, wer den Wortlaut «**verschiedene** Felder» überliest), erhält nur einmal Abzug.