Informatikmittelschule

Aufnahmeprüfung 2016 für das Schuljahr 2017/18

Mathematik

Lösungen

Anleitung: Es sollen keine halbe Teilpunkte gegeben werden, sondern nur ganze.

Punkteverteilung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
mögliche Punkte	5	4	6	3	5	5	4	6	5	43

1. (a) $\boxed{1P}$, (b) und (c) je $\boxed{2P}$, ein Fehler $\boxed{1P}$.
   (a) $2(6a-3b)-3(4b-5a)=12a-6b-12b+15a=27a-18b$
   (b) $\frac{4a^2-12a}{20} \div \frac{2a-6}{25} = \frac{4a(a-3)}{4\cdot 5} \cdot \frac{5\cdot 5}{2(a-3)} = \frac{5a}{2}$
   (c) $\sqrt{2\cdot(2^2b)^2+(7b)^2}=\sqrt{2\cdot(4b)^2+(7b)^2}=\sqrt{2\cdot 16b^2+49b^2}=\sqrt{32b^2+49b^2}=\sqrt{81b^2}=9b$

2. (a) $\boxed{1P}$ für das Auflösen der Klammer und Zusammenfassen und $\boxed{1P}$ für korrektes Auflösen: $x-\frac{1}{2}(x-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4})=1 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x-\frac{1}{8}=1 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$.
   (b) Variante 1: $\boxed{1P}$ für das korrekte Einsetzen und Auswerten eines einzigen Lösungskandidaten und $\boxed{1P}$ für die korrekte Bestimmung der Lösung; für den Term $f(x)=\frac{x^2}{2}-x$ gilt: $f(-13)=97.5, f(-14)=112, f(-15)=127.5, f(16)=112, f(17)=127.5$.
   Variante 2: $\boxed{1P}$ Argumentieren, dass der Term $f(x)=\frac{x^2}{2}-x$ für ungerade x nur halbzahlige Ergebnisse haben kann und $\boxed{1P}$ für die Feststellung, dass damit nur die Kandidaten $x=-14$ und $x=16$ als Lösungen übrigbleiben.

3. (a) $\boxed{1P}$ für die korrekte Primfaktorzerlegung $780=2\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 13$.
   (b) $\boxed{1P}$ für das Umformen zu einem einzelnen Bruch und weiterer $\boxed{1P}$ für das Kürzen dieses Bruches, z.B. so: $\frac{5x}{24}+\frac{11x}{30}=\frac{5}{2\cdot2\cdot2\cdot3}x+\frac{11}{2\cdot3\cdot5}x=\frac{25}{2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5}x+\frac{44}{2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5}x=\frac{69}{120}x=\frac{23x}{40}$.
   (c) Die Teilermenge ist $\{1,5,25,11,55,275,121,605,3025\}$. $\boxed{1P}$ für vier richtige Teiler. $\boxed{2P}$ für sechs richtige Teiler. $\boxed{3P}$ für alle neun richtigen Teiler. Von diesen maximal $\boxed{3P}$ jeweils $\boxed{-1P}$ Abzug für jeden „falschen Teiler“. $\boxed{0P}$ ist untere Schranke.

4. Variante 1: $\boxed{1P}$ für den Ansatz zur Berechnung der Anzahl der Nussgipfel pro Ofen und Stunde, weiterer $\boxed{1P}$ für die korrekte Rechnung: $x=\frac{30000}{3\text{ h}\cdot 15}=\frac{2000}{3\text{ h}}$. $\boxed{1P}$ für: $t=\frac{10000}{9}\div x=\frac{5}{3}\text{ h}=1\text{ h }40\text{ min}$.
   Variante 2: $\boxed{1P}$ für die Umformung von „15 Öfen in 3 h ergeben 30000 Stück“ zu „15 Öfen in 1 h ergeben 10000 Stück“. Weiterer $\boxed{1P}$ für die Umformung zu „9 Öfen in $\frac{15}{9}$ h ergeben 10000 Stück“. $\boxed{1P}$ für die Schlussfolgerung „Benötigte Zeit $t=\frac{15}{9}\text{ h}=1\text{ h }40\text{ min}$“.

5. (a) $\boxed{1P}$ für einen korrekten Ansatz des Preises P_A der Firma A und weiterer $\boxed{1P}$ für seine Berechnung. Preis vor Skontoabzug: $P_{A,S}=(100\cdot 2.45\text{CHF})+(300\cdot 2.45\text{CHF})\cdot 0.85=869.75\text{CHF}$. Preis nach Skontoabzug: $P_A=869.75\text{CHF}\cdot 0.96=834.96\text{CHF}$.
   $\boxed{1P}$ für Ansatz und Berechnung des zweiten Preises: $P_B=\frac{4000}{50}\cdot 9.95\text{CHF}=796.00\text{CHF}$.
   (b) $\boxed{1P}$ für einen korrekten Ansatz und $\boxed{1P}$ für die Lösung:
$$P_{A,S}\cdot y=796\text{CHF} \quad\Leftrightarrow\quad y=\frac{796\text{CHF}}{P_{A,S}}=\frac{796\text{CHF}}{869.75\text{CHF}}\approx 0.915 \quad\Leftrightarrow\quad x\%=(1-y)\cdot 100\%\approx 8.5\%$$

6. Für Radius und Höhe des Zylinders gilt: $r=\frac{6}{2}\text{ cm}=3\text{ cm}$ und $h=6\text{ cm}$. Bei (a) $\boxed{1P}$, bei (b) und (c) je $\boxed{2P}$, ein Fehler $\boxed{1P}$:
   (a) $V=a^3+\frac{1}{2}\pi r^2h=(216+27\pi)\text{ cm}^3\approx 300.8\text{ cm}^3$
   (b) $O=5a^2+2\cdot\frac{1}{2}\pi r^2+\frac{1}{2}(2\pi r)h=(180+9\pi+18\pi)\text{ cm}^2\approx 264.8\text{ cm}^2$
   (c) $l=\sqrt{a^2+\left(\frac{3}{2}a\right)^2+\left(\frac{1}{2}a\right)^2}=\frac{\sqrt{14}}{2}a=3\sqrt{14}\text{ cm}\approx 11.2\text{ cm}$

7. (a) $\boxed{\text{1P}}$ für die Berechnung von $\overline{DF} = 3.5$ cm.

   (b) Variante 1: $\boxed{\text{1P}}$ für die Bestimmung von $\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 8$ cm und für das Anwenden von Pythagoras (rechter Winkel bei C im Rechteck $ABCD$) $\overline{BF} = \sqrt{\overline{CF}^2 + \overline{BC}^2} = 17$ cm.
   Falls mit angegebenem Wert $\overline{DF} = 4$ cm gerechnet wurde: $\overline{AF} \approx 16.77$ cm.
   Variante 2: $\boxed{\text{1P}}$ für Pythagoras in den Dreiecken ABE, DEF und BEF: $\overline{BE} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AE}^2} = 11.5\sqrt{2}$ cm, $\overline{EF} = \sqrt{\overline{DE}^2 + \overline{DF}^2} = 3.5\sqrt{2}$ cm und $\overline{BF} = \sqrt{\overline{BE}^2 + \overline{EF}^2} = 17$ cm.

   (c) Variante 1: $\boxed{\text{1P}}$ für Ansatz als Rechtecksfläche abzüglich drei Flächeninhalte von rechtwinkligen Dreiecken und $\boxed{\text{1P}}$ für die Berechnung des Ergebnisses: $S = S_{ABCD} - S_{ABE} - S_{BCF} - S_{DEF} = (172.5 - 66.125 - 60 - 6.125)\ \text{cm}^2 = 40.25\ \text{cm}^2$.
   Falls mit angegebenem Wert $\overline{DF} = 4$ cm gerechnet wurde, gibt es keinen Punkt für die Berechnung des Resultats. Begründung: zur Berechnung von $\overline{AE}$ und $\overline{DE}$ für die Flächenformel müssen die Dreiecke ABE und DEF als gleichschenklig erkannt werden, was zur Lösung von (a) und (c) notwendig ist. Werden (a) und (c) mit verschiedenen Werten gelöst, so liegt eine Inkonsistenz vor.
   Variante 2: $\boxed{\text{1P}}$ für das Einsetzen der Dreiecksseitenlängen in die direkte Flächenberechnung eines rechtwinkligen Dreiecks und weiterer $\boxed{\text{1P}}$ für die Berechnung (baut auf Variante 2 der letzten Teilaufgabe auf): $S = \frac{1}{2}\overline{AE} \cdot \overline{EF} = \frac{1}{2} \cdot 11.5\sqrt{2}\ \text{cm} \cdot 3.5\sqrt{2}\ \text{cm} = 40.25\ \text{cm}^2$.

8. (a) Jahreslohn: $13 \cdot 4400 = 57200$ Lilitaler; $\boxed{\text{1P}}$ für ungefähr 500 Lilitaler Steuern.

   (b) $\boxed{\text{1P}}$ für die Ermittlung der Steigung $\frac{840-240}{80-40} = 15$; $\boxed{\text{1P}}$ für das Ergebnis: $240 + (57.2 - 40) \cdot 15 = 498$ Lilitaler.

   (c) $\boxed{\text{1P}}$ für ungefähr 115000 Lilitaler Jahreslohn .

   (d) $\boxed{\text{1P}}$ für die Ermittlung der Steigung $\frac{1840-840}{120-80} = 25$; $\boxed{\text{1P}}$ für das Ergebnis in Tausenden Lilitalern: $80 + \frac{1740-840}{25} = 116$ oder $120 - \frac{1840-1740}{25} = 116$.

9. (a) $\boxed{\text{1P}}$ für die korrekte Berechnung der LaPlace-Wahrscheinlichkeit: $P = \frac{7}{16} = 0.4375$.

   (b) je $\boxed{\text{1P}}$ pro korrekte Berechnung einer Kenngrösse: Median 4.50 und arithmetisches Mittel 4.53.

   (c) $\boxed{\text{1P}}$ für einen Ansatz und $\boxed{\text{1P}}$ für die Berechnung: $\frac{16 \cdot 4.53 + 5 \cdot x}{21} = 4.29 \Leftrightarrow x = \frac{21 \cdot 4.29 - 16 \cdot 4.53}{5} \approx 3.52$.